

第 11 回の補足説明 (その 4)

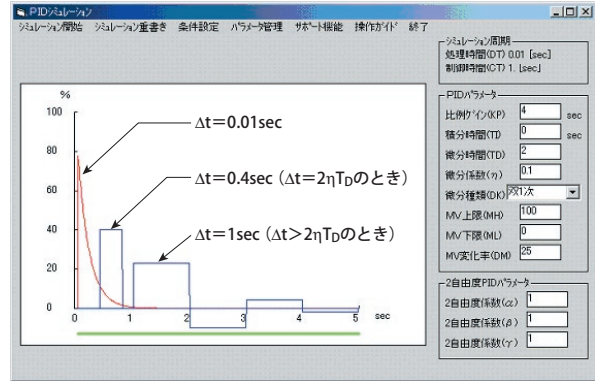
「双一次変換方式デジタル微分の制御周期 Δt と波形の関係」

第 11 回で (11.1) 式で表される実用微分のアナログ演算式は各種の方法でデジタル化されて適用されている。

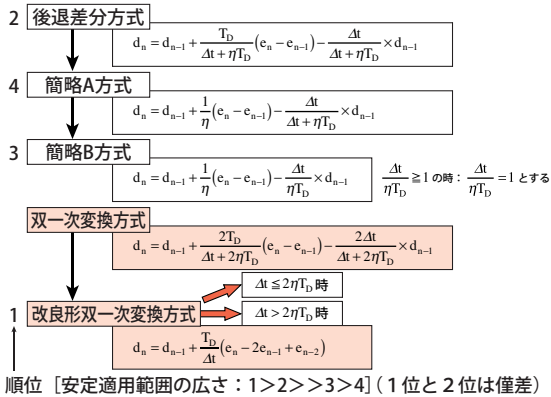
$$D(s) = \frac{T_D \cdot s}{1 + \eta T_D \cdot s} \times E(s) \quad \dots (11.1)$$

$E(s)$: 入力、 $D(s)$: 微分動作出力、
 η : 微分係数 (通常 0.1 ~ 0.125)
 T_D : 微分時間、 s : ラプラス演算子

このコースでは、第 11.1 図に示す 4 つのデジタル微分演算方式を取り上げているが、ここでは、その中の双一次変換方式デジタル微分の制御周期 Δt と波形の関係をシミュレーションして考察して見る。



双一次変換法デジタル微分の制御周期 Δt 依存性



第 11.1 図 各種の速度形デジタル微分演算式

右上の図に微分時間 $T_D = 2\text{sec}$ として、制御周期 Δt を変化させた時の双一次変換方式デジタル微分のシミュレーションによる出力波形比較を示す。

第 11.1 図とシミュレーションによる出力波形比較から、次のような知見が得られる。

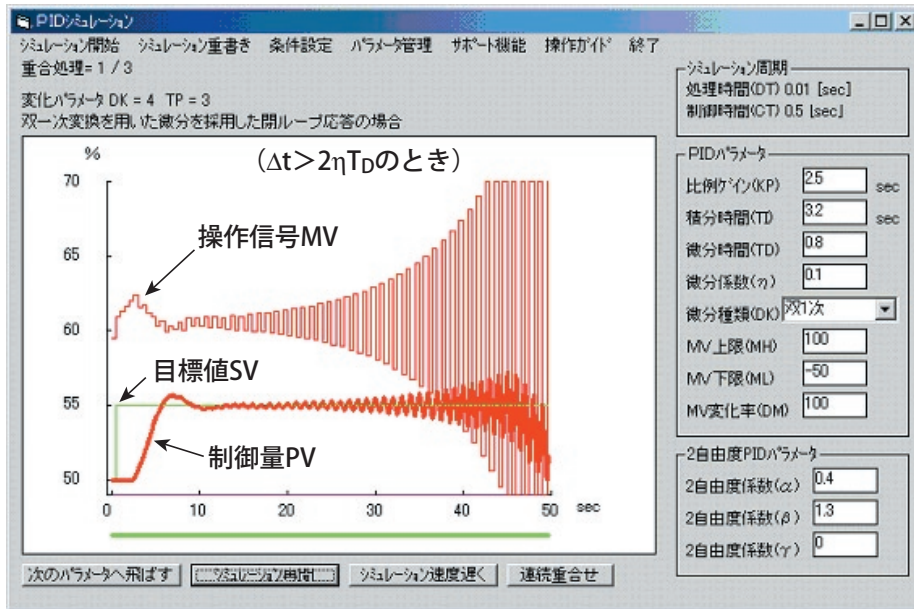
(1) 双一次変換方式デジタル微分のステップ入力に対する出力波形は制御周期が非常に小さい $\Delta t = 0.01\text{sec}$ の場合には、アナログとほぼ同一と見なし得る。制御周期 Δt が大きくなって $\Delta t = 0.4\text{sec}$ ($\Delta t = 2\eta T_D$) の場合には、出力が矩形となり、以降は波形が正負に振動しながら微分面積が一定の大

きさになるようになっていく。まとめると双一次変換方式デジタル微分には、つぎの特徴がある。

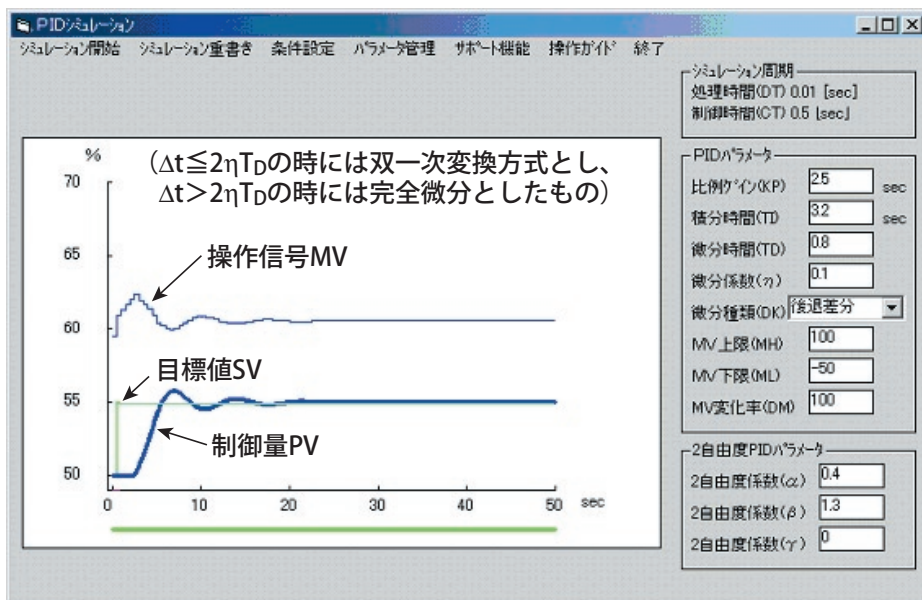
- (a) 微分面積 (微分動作の強さ) は制御周期 Δt の大きさに関係なく不変となっている。
- (b) 制御周期 Δt が大きくなって $\Delta t = 2\eta T_D$ の場合には出力が矩形となり、 $\Delta t > 2\eta T_D$ では波形が正負に振動しながら微分面積が一定の大きくなるようになっていく。
- (c) 出力は制御周期 Δt 分だけ時間的遅れを生ずる。

(2) 双一次変換方式デジタル微分は制御周期が $\Delta t > 2\eta T_D$ のとき、その出力波形が正負に振動するため、これを使った PID 制御系は次図(a)のように自励振動を誘起する。この自励振動を防止するために、 $\Delta t > 2\eta T_D$ の領域では微分を「完全微分」にした「改良形双一次変換方式デジタル微分」にすると、次図(b)に示すように自励振動はなくなり、安定適用領域が拡大する。

(3) 改良形双一次変換方式デジタル微分を用いた PID 制御系の安定適用領域は紹介した 4 つの方式の中では最も広くて 1 位である。僅差で 2 位の後退差分方式デジタル微分と共に推奨する方式である。



(a) 双一次変換法デジタル微分を用いた場合の制御応答



(b) 改良形双一次変換法デジタル微分を用いた場合の制御応答

一般的には、「双一次変換方式」によるデジタル化は「後退差分方式」によるデジタル化よりもアナログ近似度が優れていると言われているが、この微分のデジタル化に適用すると $\Delta t > 2\eta T_D$ の領域で振動成分を生ずるので、上述のような対策が必要となる。ここで得ら

れた教訓は「一般的に良いと言われる理論や技術でも、全てに良いとは限らず、個別用途では問題を生ずるケースがあるため、目的とする用途で問題の有無を確認をする必要がある」ということである。